



Dr. Paul A. Truttmann

Korrelation + Trend Statistik (II)

Mathematische Methoden zur
Entscheidungsfindung

Dreilindenstrasse 20

Postfach

6000 Luzern 6

Telefon 041 417 10 30

Telefax 041 419 72 46

E-Mail iw@kbz-luzern

Nachdiplomstudium
«Leadership und
Management NDS HF»

Inhalt

1	Trend-Analyse; Korrelation	2
1.1	Korrelation	2
1.2	Trend - Analyse mit Regression	4
1.3	Trend - Analyse mit Glättung	5
2	Optimierung	6
2.1	Optimierung; LP	6
2.2	Grafische Lösung von Gleichungssystemen	7
2.3	Optimieren mit Excel - Solver	8
2.4	Modellbeispiel	12
2.5	Transportprobleme	14
2.6	Übung zu Excel-Solver	16
2.7	Lösungen zu den Übungen	19



1 Trend-Analyse; Korrelation

1.1 Korrelation

Sind Sportler kulturelle Banausen?

Zwanzig Personen wurden nach der Anzahl der Sportveranstaltungen(x) und nach der Anzahl der kulturellen Veranstaltungen(y), die sie im letzten Jahr besucht haben, befragt:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sport	6	14	8	0	3	4	9	10	4	12	10	9	10	5	11	6	13	2	1	3
Kultur	7	3	10	9	6	3	3	7	11	5	2	8	5	10	1	3	1	11	8	7

Analyse der Daten

Man berechne die Mittelwerte beider Datenreihen

Sport = 7

Kultur = 6

Punktewolke

Man trage nun die Punkte für jeden befragten Menschen in ein Koordinatensystem ein.

Man ziehe Linien entlang der Mittelwerte; es entstehen 4 Felder in der Punktewolke.

Korrelation nach Fechner

Den Zusammenhang zwischen den Daten kann man mit einer Zahl, dem Korrelationskoeffizienten, beschreiben:

$$r = \frac{\text{Felder}(1 + 3) - \text{Felder}(2 + 4)}{\text{Total}}$$

r = 0 kein Zusammenhang

r = 1 maximaler Zusammenhang je grösser desto grösser

r = -1 maximaler Zusammenhang je grösser desto kleiner

Gerade

Man kann nun von Hand eine Gerade durch die Punkte ziehen.

Ausgleichsgerade berechnen (für Kenner)

Will man die Gerade etwas mathematischer ziehen, so gibt es zwei Verfahren: Mit der Streuung

$$m = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad \text{Steigung} \quad \sigma_y = 3.26 \quad \sigma_x = 4.15$$

also: m = - 0.79

Mittelpunkt (7/6) in Gleichung einsetzen:

$$y = m \cdot x + b \quad \text{also: } 6 = 7 \cdot m + b \Rightarrow b = 11.55$$

$$y = -0.79 \cdot x + 11.55$$



**Ausgleichsgerade mit
Excel berechnen lassen**

Zahlenreihen in Tabellenblatt aufnehmen.
Diagramm erstellen.
Diagramm/Trendlinie mit Option: Gleichung anzeigen.

R²

$R^2 = \text{Aufgeklärte Varianz} / \text{Totale Varianz}$
Gibt ein Mass für die Güte der Einpassung.



1.2 Trend - Analyse mit Regression

Prognose

Ein kleiner Laden hat in den ersten sechs Monaten eines Steuerjahres Umsätze von 3100, 4500, 4400, 5400, 7500 und 8100 Fr. gemacht. Was wird der Umsatz im neunten Monat sein?

Die Umsätze steigen an. Der Umsatzanstieg könnte mit einer Geraden ($y = m \cdot x + b$) dargestellt werden. Sind einmal die Steigung m und der Y-Achsenabschnitt b bekannt, so kann der Wert des neunten Monats ermittelt werden.

Lineare Regression mit Excel

Einfache Version: Angenommen die Umsätze stehen in einer Tabelle in den Zellen B2:B7

Diagramm zeichnen

Diagramm/Trendlinie Option: Gerade zeichnen

$m=1000$; $b=2000$

Prognose:

Den Wert für den neunten Monat erhält man durch einsetzen von 9 anstelle des x in der Geraden.

Umsatz(neunter Monat) = $1000 \cdot 9 + 2000$

Aufgabe: Fixkosten

Angenommen ein Produktionsbetrieb möchte den Reagibilitätsgrad (Verhältnis von variablen zu fixen Kosten) seines Stromverbrauchs ermitteln. Die Geschäftsleitung fragt sich also, welcher Anteil der Stromkosten fix sei. Dazu ermittelte man die durchschnittlichen Maschinenstunden und die Stromkosten pro Monat.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
100	110	90	80	120	100	70	90	125	130	85	100
2500	2600	2400	2300	2700	2500	2200	2400	2750	2800	2350	2500

Erstellen Sie eine lineare Regressionsgerade und ermitteln Sie den fixen Kostenanteil (b) pro Monat:

Ermitteln Sie nun den variablen und den fixen Anteil pro Jahr und berechnen Sie den Reagibilitätsgrad.
(1500)



1.3 Trend - Analyse mit Glättung

**Verkaufszahlen
Vorhersage für die
Zukunft**

Angenommen die Verkaufszahlen des letzten Jahres liegen vor und wir möchten nun die erwarteten Zahlen für die Zukunft vorhersagen.

Jan 60	Apr 66	Jul 70	Okt 74
Feb 64	Mai 70	Aug 74	Nov 68
Mrz 58	Jun 60	Sep 62	Dez 73

Exponentielle Glättung

$$Y_{\text{neu}} = \alpha * Y_{\text{alt}} + (1-\alpha) * Y_{\text{mittel}}$$

α ist eine Zahl zwischen 0 und 1, die wir wählen müssen.

Y_{neu} ist die zu erwartende Verkaufszahl für den Jan des zukünftigen Jahres

Y_{mittel} ist der Mittelwert des vergangenen Jahres (66.6)

Lösung mit Excel

Mit $\alpha = -0.3$ ergibt sich $Y_{\text{neu}} = 64.7$

Für Tüftler: α kann man optimieren indem man die Daten des letzten Jahres halbiert, mit der ersten Hälfte die Glättung ausrechnet und damit die zweite Hälfte vorhersagt. Dann bildet man die Differenzen und ändert α so lange bis die Summe der Quadrate der Differenzen minimal wird.



2 Optimierung

2.1 Optimierung; LP

Beispiel

Eine Firma stellt zwei Produkte (A,B) her. Beide brauchen eine Anzahl Stunden in der Fertigung (Maschine 1) und in der Veredlung (Maschine 2). Der Deckungsbeitrag von A sei 25 Fr und der von B 40 Fr.

	Prod. A	Prod. B	Max. Std.
Fertigung	2 h	4 h	100
Veredlung	3 h	2 h	90
Deckungsbeitrag	25 Fr	40 Fr.	

Zielfunktion optimieren

Wie viele Einheiten von A und von B soll die Firma herstellen, um einen möglichst grossen Deckungsbeitrag zu erhalten? Der gesamte Deckungsbeitrag heisst *Zielfunktion* und muss optimiert (maximal) werden.

Übersicht über die Problemstellungen

In wirtschaftlichen Prozessen müssen oft Grössen optimiert werden. Je nach Problemstellung werden dazu verschiedene Verfahren eingesetzt:

- Extremalwertrechnung: Optimierung einer einzigen Grösse, oft komplizierte Funktion, \Rightarrow Differentialrechnung
- Lineare Optimierung: Mehrere Grössen werden optimiert. Zusammenhänge sind linear. Prinzipiell treten zwei Fälle auf:
 1. Exakt bestimmtes Gleichungssystem (Anzahl Unbekannte = Anzahl Gleichungen)
 2. Unterbestimmtes Gleichungssystem mit Nebenbedingungen

Wir beschränken uns auf die lineare Optimierung (engl. LP, linear programming). Man kann beide Fälle entweder grafisch lösen oder man setzt Matrizenrechnung ein (Excel - Solver).



2.2 Grafische Lösung von Gleichungssystemen

Unbekannte festlegen	Zuerst muss man den Unbekannten Größen einen Namen geben. Meist x, y x: Anzahl Einheiten des Produktes A y: Anzahl Einheiten des Produktes B
Zielfunktion	Der Deckungsbeitrag soll maximal werden, er ist also die Zielfunktion. Mit x und y geschrieben lautet sie: $DB = x \cdot 25 + y \cdot 40$
Nebenbedingungen	Die Fertigungsmaschine kann in einer Zeitperiode (z.B. einer Woche) nur höchstens während 100 Stunden beansprucht werden. Man nennt dies <i>Nebenbedingung</i> . Sie kann auch mit x und y geschrieben werden: Die Stunden von A ($x \cdot 2$) und die Stunden von B ($y \cdot 4$) dürfen nicht mehr als 100 ausmachen. $x \cdot 2 + y \cdot 4 < 100$ analog $x \cdot 3 + y \cdot 2 < 90$
Grafische Optimierung	Man wählt ein Koordinatensystem wobei auf der einen Achse die x und auf der anderen Achse die y Werte abgetragen werden. Man wähle bei den Nebenbedingungen ein $=$ (Maximalwert).
Geraden, Nebenbedingungen einzeichnen	Beide Nebenbedingungen geben jetzt eine Gerade. Wähle zwei Punkte: $x = 0$ und berechne y $0 \cdot 2 + y \cdot 4 = 100$ $y = 25 \Rightarrow$ Pkt (0/25) $y = 0$ und berechne x $x \cdot 2 + y \cdot 0 = 90$ $x = 30 \Rightarrow$ Pkt (45/0) beide Punkte miteinander verbinden \Rightarrow Gerade analog für die zweite Nebenbedingung Pkt (0/45) Pkt (30/0)
Schnittpunkt berechnen	Die Geraden schneiden sich bei (20/15)
Zielfunktion an allen Eckpunkten	An allen Eckpunkten soll man nun die Zielfunktion berechnen. (0/0) $DB = 0 \cdot 25 + 0 \cdot 40 = 0$ (0/25) $DB = 1000$ (30/0) $DB = 750$ (20/15) $DB = 1100$ An der Ecke (20/15) ist der Deckungsbeitrag maximal. Man soll also 20 Einheiten von A und 15 Einheiten von B produzieren.



2.3 Optimieren mit Excel - Solver

Gleichungssysteme

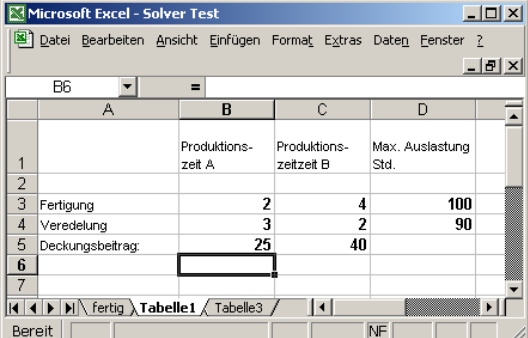
Bei wirtschaftlichen Problemstellungen (z.B. innerbetrieblicher Leistungsausgleich) können sehr komplexe Gleichungssysteme mit vielen Variablen entstehen. Sie sind grafisch nicht mehr lösbar. Solche Gleichungssysteme kann man mit verschiedenen Verfahren (Gaussches Eliminationsverfahren, Einsetzungsverfahren, Pivot-Verfahren, etc.) lösen. Heutzutage setzt man Mathematikprogramme (Excel, Mathematica, Maple, etc.) ein und verwendet die sogenannte Matrix-Inversion. Wir müssen die zugrundeliegende mathematische Theorie nicht verstehen, um solche Programme nutzbringend einsetzen zu können.

Wir werden zur Bearbeitung Excel einsetzen. In Excel heisst das Spezialprogramm zur Lösung *Solver*. Man ruft es unter *Extras / Solver* auf. Sie können auch einen programmierbaren Taschenrechner verwenden. Dort gibt es ebenfalls sogenannte Solve-Programme (Solve/Lin. Equation ...).

Der **SOLVER** benötigt dazu zur Lösung folgende Parameter:
Zielzelle, Zielfunktion
Zielwert
Veränderbare Zellen
Nebenbedingungen

Die Lösung unseres Fallbeispielles sieht mit Excel und dem *Solver* wie folgt aus:

Zu Beginn werden alle bekannten Werte in Tabellenform eingegeben:



	A	B	C	D
1		Produktionszeit A	Produktionszeit B	Max. Auslastung Std.
2				
3	Fertigung	2	4	100
4	Veredelung	3	2	90
5	Deckungsbeitrag:	25	40	
6				
7				

Nun müssen die bekannten Formeln eingegeben werden. An welcher Stelle im Formelblatt dies geschieht ist egal.



Die veränderbaren Werte von x und y werden mit Null angegeben.

	A	B	C	D	E
1		Produktionszeit A	Produktionszeit B	Max. Auslastung Std.	
2					
3	Fertigung	2	4	100	
4	Veredelung	3	2	90	
5	Deckungsbeitrag:	25	40		
6					
7					
8		Ergebnis x	Ergebnis y		
9	Veränderbare Werte (Anzahl der Produkte)	0	0		
10					

Die Formeln zur Berechnung der Nebenbedingungen sind bekannt und werden ebenfalls eingegeben:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Produktionszeit A	Produktionszeit B	Max. Auslastung in Stunden		Formeln der Nebenbed. (Produktionskapazität der Abteilungen)		
2								
3	Fertigung	2	4	100		=B3*B4+C3*C4		
4	Veredelung	3	2	90			0	Nebenbedingung 1
5	Deckungsbeitrag:	25	40					
6								
7								
8		Ergebnis x	Ergebnis y					
9	Veränderbare Werte (Anzahl der Produkte)	0	0					
10								

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Produktionszeit A	Produktionszeit B	Max. Auslastung in Stunden		Formeln der Nebenbed. (Produktionskapazität der Abteilungen)		
2								
3	Fertigung	2	4	100				
4	Veredelung	3	2	90		=B4*B5+C4*C4		Nebenbedingung 1
5	Deckungsbeitrag:	25	40					
6								
7								
8		Ergebnis x	Ergebnis y					
9	Veränderbare Werte (Anzahl der Produkte)	0	0					
10								

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Produktionszeit A	Produktionszeit B	Max. Auslastung in Stunden		Formeln der Nebenbed. (Produktionskapazität der Abteilungen)		
2								
3	Fertigung	2	4	100				
4	Veredelung	3	2	90				
5	Deckungsbeitrag:	25	40			=B5*B5+C5*C5		Ergebnis der Berechnung des Deckungsbeitrages
6								
7								
8		Ergebnis x	Ergebnis y					
9	Veränderbare Werte (Anzahl der Produkte)	0	0					
10								

Die bekannte Formel für den Deckungsbeitrag in eine leere Zelle eingeben.

Hiermit sind die Vorarbeiten erledigt und der „Solver“ kann gestartet werden.

Den Cursor in eine leere Zelle setzen.

Im Menü *Extras / Solver* aufrufen.

Zielzelle: Die Zelle in welche das Ergebnis eingetragen werden soll.



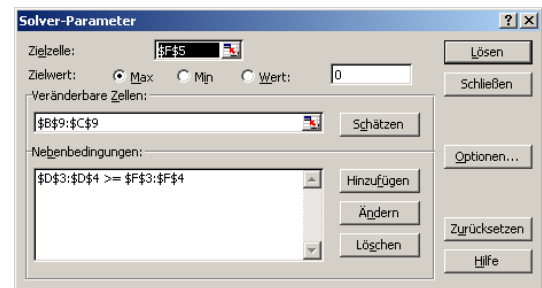
Zielwert: *Max.* ist korrekt, da der maximale Deckungsbeitrag berechnet werden soll.

Veränderbare Zellen: Die Zellen, in welche die veränderbaren Werte eingetragen werden sollen, markieren. Es können mehrere Zellen gleichzeitig markiert werden. Den Cursor in das Fenster setzen, dann zum Excel-Blatt wechseln und B9+C9 markieren.

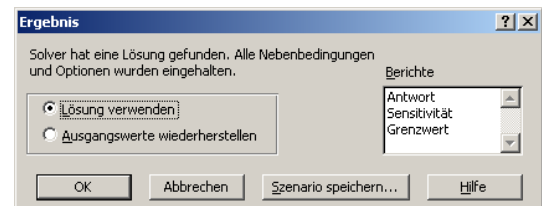
Nebenbedingungen: den Button „hinzufügen“ betätigen. Cursor in *Zellbezug* setzen, die Werte der max. Auslastung in der Tabelle markieren. Cursor in *Nebenbedingung* setzen, in der Tabelle die Formeln für die Nebenbedingungen markieren. In der Mitte die richtige Berechnungs-Bedingung wählen. Da die Auslastungen Maximalwerte sind, muss „>=“ gewählt werden.

OK bestätigen.

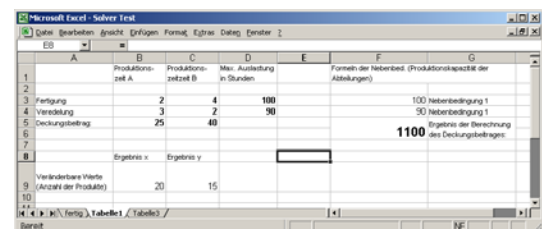
Das Fenster muss nun wie folgt aussehen:



folgendes Fenster mit OK bestätigen.



Das Ergebnis sieht nun wie folgt aus.



Der maximale Deckungsbeitrag beträgt 1.100 Sfr., wenn von Produkt A – 25 Stück und von Produkt B – 40 Stück hergestellt werden.



Beispiel zum Üben

Als Beispiel verwenden wir das Gleichungssystem zum innerbetrieblichen Leistungsausgleich zwischen Reparaturwerkstätte und Fahrdienst.

$$\begin{aligned} 4000 * x - 5000 * y &= 40.000 \\ 200 * x + 100.000 * y &= 50.000 \end{aligned}$$

Lösung mit Excel

Öffnen Sie eine leere Excel Tabelle. Reservieren Sie zwei Felder (z.B. B3 und C3) für x und y. Schreiben Sie je eine Null hinein (Anfangswerte).

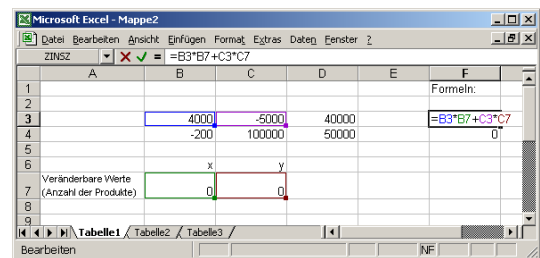
Schreiben Sie die Matrix (Tabelle) der Koeffizienten in vier Felder

(z.B. B6, C6
B7, C7

4.000 -5.000
- 200 100.000

Rechnen Sie in vier weiteren Feldern die Produkte (x*4.000 also: B3*B6 ... etc.) aus.

Die zweite Formel wird analog zur Ersten mit Zeile 4 eingegeben.



Eine leere Zelle markieren und den *Solver* aufrufen.

Zielzelle: diese bleibt leer

Zielwert: Wert markieren

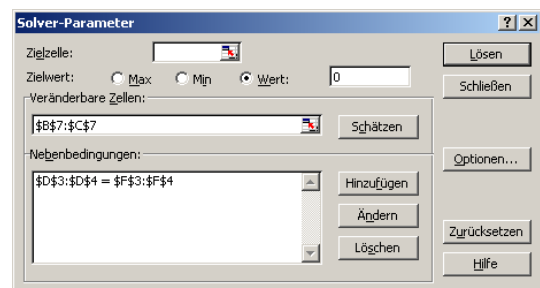
Veränderbare Zellen: Feld markieren, die Zellen B7 und C7 markieren

Nebenbedingungen: *Hinzufügen*, *Zellbezug* anklicken, im Tabellenblatt D3 und D4 markieren, *Nebenbedingungen*, im Tabellenblatt F3 und F4 markieren, *Berechnungs-Bedingung* = auswählen, *OK* bestätigen.

Das Fenster sieht nun wie folgt aus:

Lösen bestätigen

Lösung verwenden bestätigen.



2.4 Modellbeispiel

2.4.1 Baumwollmischung

Ausgangssituation

Vor dem Hintergrund steigender oder stark schwankender Baumwollpreise gewinnen Massnahmen zur optimalen Planung des Rohstoffeinsatzes in jenen Textilfabriken zunehmend an Bedeutung (z.B. Baumwollspinnereien). Je grösser der Anteil der Baumwollkosten an den Herstellkosten ist, desto stärker rückt dieser Problemkreis bei der betrieblichen Planung in den Vordergrund.

Das wirtschaftliche Ziel bei der Baumwollmischung ist, ein Endprodukt von einer gewissen Faserlänge, Faserfeinheit und Faserfestigkeit zu erhalten, wobei die Gesamtkosten der Mischung minimal sein sollen.

Dieses Problem kann relativ einfach mit Hilfe der linearen Planungsrechnung gelöst werden. Bei geschickter Durchführung können die Baumwollkosten gegenüber einer Probier-Lösung um mindestens 1% bis 3% reduziert werden. Das Einsparungspotential ist also sehr hoch.

Beim folgenden Fallbeispiel soll aus vier verschiedenen Baumwollarten mit Einstandspreisen zwischen 30 und 70 Rp./lb eine kostenminimale Baumwollmischung zusammengestellt werden. Sie muss die folgende Eigenschaften haben:

Faserlänge: mindestens 0,9 höchstens 1
Faserfeinheit: mindestens 4 höchstens 5
Faserfestigkeit: mindestens 65 höchstens 75

Die vier Baumwollarten, die für die Mischungsoptimierung zu Verfügung stehen, weisen folgende Einstandspreise, Faserlängen, Faserfeinheiten und Faserfestigkeiten auf:

Baumwollart	Einstandspreis	Faserlänge	Feinheit	Festigkeit
1	30	0,8	6	60
2	50	1	3	70
3	60	1,2	4	90
4	70	1,5	5	80



Die Ausgangsmatrix für dieses Problem ist nachstehend abgebildet: Krali «MBA»S.385

		Baumwollarten					RHS
		1	2	3	4		
Faserlänge (FL)	mindestens	0,8	1	1,2	1,5	>=	0,9
	höchstens	0,8	1	1,2	1,5	<=	1
Faserfeinheit (FFEI)	mindestens	6	3	4	5	>=	4
	höchstens	6	3	4	5	<=	5
Faserfestigkeit (FFES)	mindestens	60	70	90	80	>=	65
	höchstens	60	70	90	80	<=	75
Prozentanteil		1	1	1	1	=	1
Einstandspreis in cents/lb		30	50	60	70	=	MIN

Die Variablenwerte geben den Prozentanteil der jeweiligen Baumwollart in der Gesamtmischung an. Die Summe der vier Prozentanteile muss Eins (=100%) ergeben. Diese Nebenbedingung entspricht der Zeile 7 (Prozentanteil) der Ausgangsmatrix.



2.5 Transportprobleme

Transportprobleme

Transportprobleme entstehen, wenn Produktionsstätten an verschiedenen Orten Verbraucher oder Verteiler an andern Orten beliefern müssen und dabei die Transportkosten minimiert werden sollen. Das Verfahren hat aber eine Bedeutung, die weit über den Transport hinausgeht. Es kann zur Produktionsplanung usw. eingesetzt werden.

Erstmals wurde das Verfahren im zweiten Weltkrieg angewandt als Geleitzüge aus Amerika verschiedene Orte Europas unter erheblichen Gefahren mit kriegsentscheidenden Gütern beliefern mussten.

Als Musterbeispiel verwenden wir ein Aufgabe aus dem Buch: mathematics in management, A. Battersby, Penguin, 1966.

Musterbeispiel: Plancton Produktion

Eine Firma sammelt Plankton auf dem Meer und liefert es in die Häfen von Amsterdam, Barcelona, Copenhagen und Dieppe. Von dort soll das Plankton in die Verarbeitungsfabriken in Mailand, Paris, Rom, Strassburg und Turin geliefert werden. Welche Tonnagen müssen wo hin geliefert werden, so dass die "Transportkosten" (Kilometer*Kilogramm) minimal werden?

Amsterd.	Barcelona	Copenh.	Dieppe		total
0	0	0	0	<- Mengen, die nach Mailand (1) gel. werden	36
0	0	0	0	nach Paris (2)	69
0	0	0	0	nach Rom(3)	35
0	0	0	0	nach Strassburg(4)	20
0	0	0	0	nach Turin (5)	40
50	72	57	21	totale Prod.menge z.B von Amsterdam in Tonnen	
678	648	937	639	hier stehen die Kilometer nach Mailand, z.B Amsterdam/Mailand: a10	
307	685	731	1248	nach Paris	
1059	887	1248	1016	nach Rom	
363	648	631	367	nach Strassburg	
683	564	982	602	nach Turin	

Variante A: Überproduktion

Angenommen die Fabrik in Turin würde geschlossen. Dann entsteht eine Überproduktion. Was ist nun die kostengünstigste Verteilung?



Variante B:
Nachfrageüberhang

Angenommen die Nachfrage in Turin und Strassburg steige um je 10 Einheiten. Wie lautet nun die optimale Verteilung.

Variante C:
Lokalpolitik

Angenommen aus politischen Gründen dürfe Strassburg nur von einem französischen Hafen beliefert werden. Wie sieht jetzt die Verteilung aus?

**Anwendung auf die
Produktion**

Bsp. Clark und Maxwell S. 152 math in management



2.6 Übung zu Excel-Solver

2.6.1 Beispiel 1: «Ferienwohnungen in Griechenland»

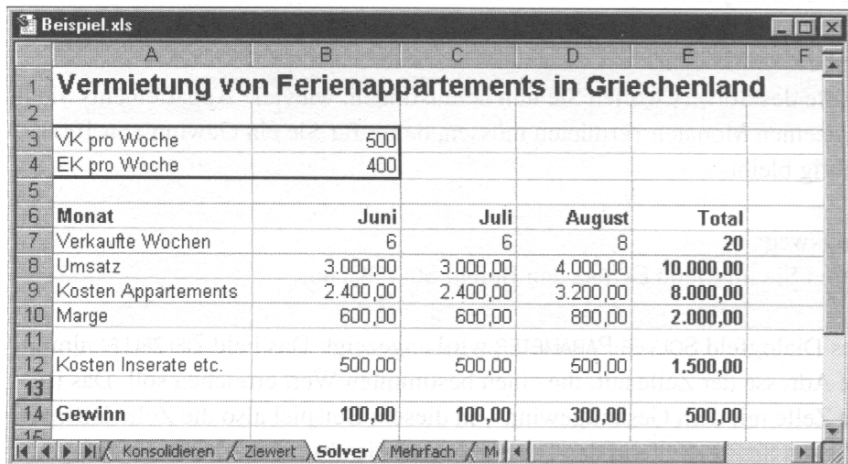
(aus: Microsoft-Excel Anleitung, Redmond Verlag)

Die Ausgangslage

Für einen Freund, der in Griechenland eine Anlage mit mehreren Ferienwohnungen betreibt, wollen Sie in den Sommermonaten die Appartements in der Schweiz zur Vermietung anbieten. Die Wohnungen werden grundsätzlich nur wochenweise angeboten. Für eine Woche müssen Sie 400,- Fr. an Ihren griechischen Freund zahlen. Sie haben sich die Konkurrenzangebote angesehen und sind zu dem Entschluss gekommen, dass Sie die Woche für 500,- Fr. anbieten werden. Die Differenz muss die Kosten für Inserate, Porto, Telefon etc. decken. Mit Hilfe des Solvers wollen Sie nun herausfinden, wie viele Wochen Sie verkaufen müssen, damit auch noch ein kleiner Gewinn für Sie drin ist.

Aufgabe 1:

Sie erstellen eine Tabelle gemäss dem abgebildeten Beispiel.



	A	B	C	D	E	F
1	Vermietung von Ferienappartements in Griechenland					
2						
3	VK pro Woche	500				
4	EK pro Woche	400				
5						
6	Monat	Juni	Juli	August	Total	
7	Verkaufte Wochen	6	6	8	20	
8	Umsatz	3.000,00	3.000,00	4.000,00	10.000,00	
9	Kosten Appartements	2.400,00	2.400,00	3.200,00	8.000,00	
10	Marge	600,00	600,00	800,00	2.000,00	
11						
12	Kosten Inserate etc.	500,00	500,00	500,00	1.500,00	
13						
14	Gewinn	100,00	100,00	300,00	500,00	

Aufgabe 2:

Mit Hilfe des Solvers wollen Sie nun herausfinden, wie viele Appartements Sie in den einzelnen Monaten vermieten müssen, damit für Sie ein Gewinn von 1000,-Fr. übrig bleibt.



Hinzufügen einer Nebenbedingung

Mit der oben genannten Vorgehensweise konnten Sie herausfinden, für wieviele Wochen Sie Ferienappartements verkaufen müssen, um einen bestimmten Gewinn zu erreichen. Eines wurde dabei allerdings nicht berücksichtigt: die Anzahl der Wochen, die Sie verkaufen können, sind natürlich begrenzt. Die Anlage Ihres Freundes hat nur 5 Wohnungen. Maximal können Sie also in den drei Monaten nur 60 Wochen verkaufen (davon ausgehend, dass jeder Monat genau 4 Wochen hat). Das ist eine Bedingung, die der Solver beim Suchen eines Zielgewinns berücksichtigen soll.

Aufgabe3:

Sie geben als Nebenbedingung ein, dass die Appartements maximal nur für 60 Wochen vermietet werden dürfen.

2.6.2 Beispiel 2 «Optimale Fertigung»

Eine Schuhfabrik stellt drei Artikel her: Damenschuhe, Herrenschuhe und Stiefel. (Kra «Kalkulation» S. 90). Sie werden in zwei Fertigungsstellen hergestellt: «Stepperei» und «Boden».

	Stunden pro Paar in Stepp	Stunden pro Paar in Boden	DB pro Paar	Maximal absetzbar	Produktion IST
Damensch.	0.5	0.5	70 Fr.	3000	2000
Herrensch.	1	0.75	120 Fr.	2000	1000
Stiefel	2	0.25	170 Fr.	1200	1000

Die Firma arbeitet mit dieser Fertigungsmenge genau kostendeckend. Sie erzielt keinen Gewinn.

Engpässe:

Die Stepperei hat eine maximale Kapazität von 4000 h. Die Abteilung Boden eine solche von 2000 h.

Aufgabe:

- Welchen Gesamt-Deckungsbeitrag erzielt die Firma mit der jetzigen Produktion?
- Ermitteln Sie die optimalen Fertigungsmengen. Um wie viel % steigt der Gesamtdeckungsbeitrag?



2.6.3 Beispiel 3: «Optimales Produktionsprogramm»

(Aufgabe aus der Vorprüfung für Bücherexperten, 1978)

Eine Produktionsfirma, für die Sie die Revision durchführen, bittet Sie bei der Bestimmung des optimalen Produktionsprogrammes um Ihren Rat.

Die Firma stellt 2 Produkte A und B her. Auf Produkt A wird ein Deckungsbeitrag von 126 Fr./Stück, auf Produkt B ein Deckungsbeitrag von 160 Fr./Stück erzielt.

Die Herstellung der beiden Produkte geschieht vollautomatisch, dabei sind 5 Maschinengruppen eingesetzt, die folgende Maximalkapazitäten haben (gemessen in Maschinenstunden):

Gruppe 1:	13 000 MStd./Monat
Gruppe 2:	3 600 MStd./Monat
Gruppe 3:	960 MStd./Monat
Gruppe 4:	1 800 MStd./Monat
Gruppe 5:	2 000 MStd./Monat

- Für die Gruppe 5 muss aus technischen Gründen eine Minimalbetriebsdauer von 250 MStd./Monat berücksichtigt werden.
- Die Produkte A und B werden auf den Maschinengruppen 1, 2, 3 gefertigt, die Gruppe 4 wird nur für Produkt A und die Gruppe 5 nur für Produkt B eingesetzt.
- Zur Herstellung einer Einheit eines Produktes A oder B wird jeweils die nachstehend angegebene Zahl von Maschinenstunden benötigt:

	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 5
Produkt A	100	20	8	18	
Produkt B	100	30	6		25

1. Stellen Sie die Zielfunktion und die Nebenbedingungen auf.
2. Lösen Sie die Aufgabe mit Excel. (Für jede Maschine eine Produktionsvariable für jedes Produkt (A oder B) einführen!)
3. Unter welchen Annahmen gilt die Optimierung? Nennen Sie mindestens 2 Annahmen.



2.7 Lösungen zu den Übungen

2.7.1 Lösungen zu: «Ferien in Griechenland»

Lösungsweg: Aufgabe 1

1. Geben Sie die Daten gemäss obiger Abbildung ein.
2. Der Umsatz in Zeile 8 wird aus den verkauften Wochen, multipliziert mit der Verkaufspreis berechnet. Die Formel in Zelle B8 muss also heissen: $=B7*\$B\5 . Achten Sie darauf, dass der Feldbezug für den Verkaufspreis absolut eingegeben wird, damit die Formel kopiert werden kann.
3. Die Kosten für die Appartements errechnen sich aus dem Einkaufspreis multipliziert mit den verkauften Wochen. Die Formel in Zelle B9 heisst also: $=B7*\$B\4 .
4. Die Marge ist der Umsatz abzüglich der Kosten für die Appartements, also: $=B8-B9$.
5. Der Gewinn errechnet sich aus der Marge abzüglich der Kosten für Inserate etc. Die Formel in B14 heisst demnach: $B10-B12$.
6. In der Spalte TOTAL werden die Werte der einzelnen Monate addiert.



Lösungsweg: Aufgabe 2

1. Rufen Sie im Menü EXTRAS den Befehl SOLVER... auf.
2. Das Dialogfeld SOLVER-PARAMETER wird angezeigt. Das Feld ZIELZELLE: nimmt die Adresse der Zelle auf, die einen bestimmten Wert erreichen soll. Das ist die Zelle mit dem Gesamtgewinn in diesem Beispiel also die Zelle E14. Klicken Sie die Zelle in der Tabelle an, um die absolute Adresse einzufügen.
3. Nun müssen Sie noch den Wert eingeben, den Sie sich als Ziel gesetzt haben. Sie wollen 1000,- FR. Gewinn machen. Klicken Sie das Feld WERT: an und geben Sie *1000* ein.
4. Jetzt muss noch festgelegt werden, welche Werte der Solver verändern darf, um den Zielwert zu erreichen. In diesem Beispiel sind das die verkauften Wochen der Monate Juni, Juli und August. Markieren Sie die Zellen B7 bis D7.
5. Alle notwendigen Daten sind eingegeben. Mit *Lösen* starten Sie die Suche nach den richtigen Werten.
6. Der Solver hat eine Lösung gefunden (25 Wochen), sie wird in einem Dialogfeld angezeigt. Wenn Sie die Daten in Ihre Tabelle übernehmen wollen, klicken Sie LÖSUNG VERWENDEN an. Wenn nicht, wählen Sie AUSGANGSWERTE WIEDERHERSTELLEN aus. In beiden Fällen schliessen Sie das Dialogfeld mit OK



Lösungsweg: Aufgabe 3

1. Sie arbeiten wieder mit der Tabelle, die Sie auch in der vorhergehenden Übung verwendet haben.
2. Rufen Sie wieder den Befehl SOLVER... im Menü EXTRAS auf. Die Werte der letzten Zielsuche sind noch eingetragen. 2500,- FR. Gewinn sind Ihnen für die Arbeit einfach zu wenig. Sie wollen 3000,- Fr. verdienen. Ändern Sie die Zahl im Feld WERT: entsprechend ab.
3. Sie müssen nur noch die Nebenbedingung eingeben. Klicken Sie dazu die Schaltfläche *Hinzufügen an*
4. Das Dialogfeld NEBENBEDINGUNGEN HINZUFÜGEN wird angezeigt. In das Feld ZELLBEZUG: wird die Adresse der Zelle eingetragen, auf die sich die Nebenbedingung bezieht. In unserem Beispiel ist das die Zelle mit der Gesamtanzahl der verkauften Wochen. Klicken Sie die Zelle E7 an.
5. Im Listenfeld gleich daneben wählen Sie den Operator für die Bedingung aus. In diesem Beispiel brauchen Sie die Standardeinstellung „<=„ (- kleiner gleich) nicht zu ändern. Das ist genau der Vergleichsoperator, den Sie benötigen. In das Feld NEBENBEDINGUNG; tragen Sie ein, welche Bedingung erfüllt sein soll. In diesem Fall darf die Gesamtanzahl der verkauften Wochen maximal 60 sein. Geben Sie 60 ein und schliessen Sie das Dialogfeld.
6. Starten Sie die Suche mit einem Klick auf *Lösen*
7. Das Ergebnis wird wieder in einem Dialogfeld angezeigt. Übernehmen Sie die neuen Werte oder verwerfen Sie sie, indem Sie die entsprechende Option anklicken. Schliessen Sie das Dialogfeld

Ergebnis:

Der Solver hat eine Lösung gefunden. Sie verdienen 3000,- Fr., wenn Sie insgesamt für 45 Wochen Appartements vermieten.

2.7.2 Lösung zu «Optimale Fertigung»



Jetziger Gesamtdeckungsbeitrag: 430 000
Optimales Produktionsprogramm 3000, 300, 1100
Neuer Gesamtdeckungsbeitrag 433 000.
Steigerung: 0.7%

2.7.3 Lösung zu: «Optimales Produktionsprogramm»

	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 5
Produkt A	0	94	0	100	0
Produkt B	130	58	160	0	80

Achtung: Falls Sie negative Werte bekommen, setzen Sie als Nebenbedingung: Produktionszahlen (z.B. x) $x > 0$

